Avertissement

Les groupes d’experts chargés de proposer au CSP les éléments constitutifs des programmes de cycle ont, dans le cours de leur travail, rédigé des textes explicatifs de choix réalisés ou/et illustrant des possibilités de situation d’apprentissage, ou/et donnant des exemples d'activités. Ces textes n’ont aucun caractère exhaustif et systématique, ils ne couvrent pas l’intégralité de toutes les voies disciplinaires de tous les cycles. Ils ne possèdent donc pas de valeur programmatique, mais aident à la lecture des propositions du CSP et permettent de mieux en comprendre certains aspects et orientations. Le CSP, dans un souci de transparence et pour rendre compte au mieux de l’activité des groupes a souhaité que ces documents soient accessibles, sans pour autant les considérer comme des éléments constitutifs des programmes. De ce fait même, ces documents de travail ne seront pas soumis à la consultation.

CYCLE 2

HYPERTEXTE EPS 1

NATATION

Voici les étapes de progression de l'apprentissage de la natation durant toute l'école élémentaire. Ces éléments constituent ce que les élèves doivent réussir à faire ; ce que l'on doit réussir à enseigner aux élèves

Etape 1
Entrer dans l'eau profonde, quitter les appuis plantaires, s'immerger.

Etape 2
S'immerger volontairement, assez longuement de plus en plus tranquillement. Agir sous l'eau.

Etape 3
Explorer la profondeur, agir dans toutes les composantes spatiales du milieu aquatique. Explorer le milieu et les sensations qu'il renvoie, ressentir la poussée d'Archimède.

Etape 4
Abandonner les relations avec le solide, lâcher le bord

Etape 5
Laisser l'eau faire. Faire la différence entre savoir remonter et savoir que quoi qu'on fasse on remonte. Se laisser remonter passivement. Aller vers la profondeur et éprouver qu'aller vers le fond demande un effort alors que remonter n'en demande pas.

Etape 6
Se laisser porter par l'eau en choisissant une position, la changer, en enchaîner plusieurs. Passer d'une position tonique à un relâchement.

Etape 7
Maîtriser la coulée ventrale parfaite. Avoir une moindre résistance à l'avancement. Automatiser la position de coulée ventrale, inhiber le réflexe de redressement de la tête. Construire l'horizontalité et l'hydrodynamisme.

Etape 8
Explorer différentes façons de se déplacer. Nage alternée ou simultanée, ventrale ou dorsale. Utiliser essentiellement les membres supérieurs pour la propulsion ? Orienter les appuis en fonction du projet de déplacement (avancer, reculer, rester sur place, vriller, culbuter, changer de direction, aller vers le fond…)

Etape 9
Lier respiration et propulsion. Augmenter activement le débit expiratoire (et non la durée) par ouverture de la bouche et contraction abdominale (et non des bulles avec les joues). Accepter des déséquilibres brefs en mobilisant la tête en rotation latérale (crawl) ou en extension / flexion cervicale (brasse) pour placer une inspiration réflexe passive. Créer un rythme respiratoire synchronisé avec le rythme propulsif. La propulsion n'est plus gênée par la respiration, la respiration se subordonne à la propulsion.

Etape 10
Se propulser de plus en plus efficacement. Rechercher des appuis hydrauliques efficaces. Orienter les surfaces propulsives. Construire un trajet moteur qui alterne tonicité (phase propulsive) et relâchement (phase de retour). Nager longtemps, nager vite. Savoir s'adapter aux situations, aux obstacles rencontrés avec efficacité. Enchaîner des actions différentes sans rupture.

Critères de réussite

- acceptation de l'immersion totale
- acceptation de la chute sur le ventre et sur le dos
- prise de conscience de la flottaison
- prise de conscience que l'eau rééquilibre
- position horizontale du corps
- utilisation des jambes pour s'équilibrer en position horizontale
- mise en œuvre d'une expiration subaquatique
- utilisation des bras pour se propulser
-coordination de la propulsion et de la respiration

Repères de progressivité

Pour chaque domaine didactique, une progression du CP au CE2 est proposée. Ces éléments ne constituent que des repères. En fonction des compétences de chaque élève mais aussi en fonction de la durée de pratique la progression des élèves se fait de manière variée.

- pour le déplacement : l'élève de CP débutant se déplace en se tenant au mur, l'élève de CE1 se déplace dans l'espace proche du bord du bassin et en surface en utilisant les jambes et l'élève de CE2 se déplace dans un espace lointain en surface et en profondeur en maintenant une position hydrodynamique.
- pour la flottaison : l'élève de CP débutant est en équilibre vertical, le corps en appui contre le bord, le regard est horizontal et il ne perçoit pas la poussée d'Archimède. L'élève de CE1 se détache du bord mais subit la poussée d'Archimède et l'élève de CE2 a le regard à la verticale et utilise la poussée d'Archimède pour se maintenir un équilibre le corps en suspension à la surface de l'eau.
- pour l'équilibration : l'élève de CP débutant se rééquilibre en utilisant les bras, l'élève de CE1 se rééquilibre par pédalage de plus en plus calmement en réalisant de moins en moins de mouvement et l'élève de CE2 se rééquilibre en position horizontal en utilisant les jambes de manière relâchée ; il accepte de se laisser remonter passivement et de se laisser rééquilibrer par l'eau.
- pour l'immersion : l'élève de CP débutant ne s'immerge pas, l'élève de CE1 réalise des immersions en apnée de plus en plus longue, de plus en plus profonde et l'élève de CE2 réalise des immersions en apnée en contrôlant son expiration.
- pour la respiration : l'élève de CP débutant respire grâce à une inspiration nasale et une expiration buccale dans le cadre d'une inspiration active et d'une expiration passive, l'élève de CE1 réalise des inspirations de plus en plus courtes et des expirations de plus en plus longues ou puissantes et l'élève de CE2 respire grâce à une inspiration buccale dans le cadre d'une inspiration passive et une expiration active.

Conseils pour une mise en œuvre efficace.

AVANT

À l'école

- Présenter les situations aux élèves (consignes et critères de réussites).
- Informer les intervenants bénévoles des situations qu'ils conduiront avec leur groupe d'élèves.
- Constituer les groupes bien identifiés (une couleur de bonnet de bain par groupe par exemple).

Au bord du bassin

- Préparer le matériel et organiser les espaces d'évolution des différents groupes.
- Informer le MNS de surveillance des élèves à surveiller plus particulièrement.

PENDANT

La séance

- Favoriser des temps d'action maximum dans l'eau.
- Privilégier les parcours pour favoriser la continuité des actions motrices.
- Proposer des situations :
  - ouvertes pour permettre la diversité des réponses.
  - motivantes et adaptées aux élèves pour qu'ils s'y engagent.
  - inscrites dans la durée pour que l'élève répète et maîtrise sa réponse.
  - **prendre le temps, respecter le rythme d'évolution de chaque élève ; être et agir dans l'eau** devant être aussi un plaisir.
- Reformuler les consignes, avant d'entrer dans l'eau.
- Se positionner en tant qu'adulte de façon à assurer la sécurité du groupe et optimiser les conditions d'apprentissage.
- S'assurer de la sortie effective et rapide de tous les élèves une fois le signal de fin de séance donné

APRES

À l'école

- Réguler avec les intervenants extérieurs.
- Mettre en place une auto évaluation des progrès des élèves.
- Exploiter le vécu commun en classe (verbalisation, maîtrise de la langue, autres domaines disciplinaires…).

AFFRONTEMENT

Pour le mot affrontement, la définition du dictionnaire « Petit Larousse » indique : action d'affronter ; fait de s'affronter. Pour affronter voici ce qu'indique la définition du dictionnaire « Petit Larousse » : aborder résolument de front ; aller avec courage au-devant d'un adversaire, d'un danger, d'une difficulté.

Pour Pierre Parlebas le jeu sportif est une "situation motrice d'affrontement codifiée, dénommée jeu ou sport par les instances sociales. Un jeu sportif est défini par son système de règles qui en détermine la logique interne".

Quand Pierre Parlebas évoque la notion d'affrontement, celle-ci est à rapprocher de celle de compétition, "situation objective d'affrontement moteur au cours de laquelle un ou plusieurs individus accomplissent une tâche motrice soumise impérativement à des règles qui en définissent les contraintes, le fonctionnement et tout particulièrement les critères de réussite ou d'échec.". La compétition s'avère donc présente dans tout jeu sportif.
Les sports collectifs ou jeux traditionnels ainsi que les jeux de lutte constituent bien des affrontements régis par des règles permettant de fonctionner et de protéger les participants. Cet affrontement donnera un vainqueur et un vaincu. Ainsi, au-delà de la pratique motrice, ces affrontements individuels ou collectifs constituent un levier d'action permettant de développer des compétences dans le cadre l'enseignement moral et civique:

- la victoire ou la défaite pour développer des compétences en lien avec la culture de la sensibilité
- le respect des règles du jeu pour développer des compétences en lien avec la culture des règles et du droit,
- la pratique d'une activité collective pour développer des compétences en lien avec la culture de l'engagement.

PERFORMANCE

Pour le mot performance, la définition du dictionnaire « Petit Larousse » indique : résultat obtenu par un athlète dans une épreuve ; chiffre qui mesure ce résultat. De ce fait l'athlétisme peut être définit comme une activité de performance motrice chiffrée qui demande un effort à dominante énergétique dans un milieu déterminé avec ou sans matériel.

L'Institut National de Recherche Pédagogique définit l'athlétisme à l'école comme suit :
« Produire, entretenir, restituer et utiliser de façon optimale une énergie pour la transmettre au corps ou à un engin, pour sauter le plus haut ou le plus loin possible, courir le plus vite ou le plus longtemps possible, et envoyer un engin le plus loin possible dans un espace normé où se réalisent, se mesurent et se comparent des performances. »

La réalisation d'une performance est l'enjeu même des activités athlétiques. A l'école élémentaire, la réalisation d'une performance, ne consiste pas à mettre en place une compétition entre les élèves. Cette compétition n'a aucun sens dans le cadre scolaire. En effet, elle permet uniquement la mise en valeur des élèves les plus performants. Elle s'oppose donc à la mission prioritaire de l'enseignant qui consiste à mettre en œuvre des situations dans lesquelles tous les élèves peuvent réaliser des apprentissages. En revanche, pour que chaque élève puisse s'inscrire dans un projet lui permettant de réaliser des progrès, il est nécessaire, en athlétisme, de mesurer la performance de chacun afin qu'il puisse l'améliorer au cours des apprentissages. L'amélioration de sa performance va constituer pour chaque élève un enjeu d'apprentissage qui va donner du sens à l'activité.

MATHEMATIQUES

HYPERTEXTE NC 1

Dénombrer : les élèves dénombrent des collections en les organisant et désignent leur nombre d'éléments :
- par des écritures additives ou multiplicatives
- par des écritures en unités de numération
- par l'écriture usuelle.

Ils construisent des collections à partir de telles écritures.

Dénombrer une collection est l'activité qui permet d'attribuer à une collection le nom ou une écriture du nombre de ses éléments, par un procédé quelconque.

A l'école maternelle, deux procédés de dénombrement sont travaillés : la comptine numérique (un, deux, trois, etc.) en lien avec l'itération de l'unité et la décomposition de la collection en deux ou plusieurs parties pour de petites collections (voir nouveaux programmes de maternelle).

Au début du CP, ce travail est à reprendre, d'une part pour s'assurer que tous les élèves maîtrisent l'usage de la comptine et sont capables de l'étendre à des collections plus nombreuses, d'autre part pour développer la connaissance des décompositions des nombres jusqu'à dix, initiée en grande section.

Dans la suite du cycle 2, les élèves apprennent à dénombrer ou à construire des collections plus importantes, en liaison avec la connaissance des opérations et celle de la numération décimale.
Selon la nature des objets de la collection, de sa taille, de son organisation, des informations disponibles, des procédés différents sont nécessaires.

En voici quelques exemples.
* Le dénombrement d'une collection d'objets déplaçables (allumettes, trombones, cubes emboîtables, etc.), à l'aide de la comptine, trouve ses limites sitôt que son nombre d'éléments dépasse la quarantaine. C'est le cas également si la collection est constituée de dessins épars sur une feuille. Le regroupement par dizaines (pour le **CP**), par centaines et dizaines (pour le **CE1**), s'avère le moyen le plus efficace. Les 2 types d'écritures : « 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 3 » et « 5 dizaines 3 unités » et leurs variantes (par exemple 10+10+3+10+10+10 ; 50+3 ; « 3u 5d », etc.) constituent des étapes utiles avant la désignation usuelle : 53. Elles sont particulièrement intéressantes pour les nombres entre 69 et 100, dont les élèves peuvent connaître la relation entre les décompositions (en dizaines et unités) et l'écriture usuelle sans nécessairement avoir retenu leur nom. Au **CE2**, l'enseignant peut expliquer que c'est cette procédure qui est utilisée pour dépouiller les votes.

* Le dénombrement de grandes collections (**CE1**) par exemple de l'ensemble des élèves d'une école, s'appuie sur la décomposition de cet ensemble selon les différentes classes et sur la connaissance de l'effectif de chacune d'elle. Il conduit à une écriture additive (par exemple 24 + 26 + 23 + 22 + 19)
* L'introduction de la multiplication (**CE1**) s'appuie souvent sur le dénombrement des cases de quadrillages rectangulaires dont les nombres de lignes et de colonnes correspondent aux facteurs des produits de la table de multiplication.
Au **CE2**, dénombrer les carreaux d'une feuille quadrillée de format A4 est un problème neuf pour la plupart des élèves. La résolution de ce problème peut être précédée de la question d'estimation : « combien pensez-vous qu'il y a de carreaux dans la feuille ? ». L'écriture 42 x 59 désigne ce nombre de carreaux, auquel d'autres écritures successives peuvent être associées, selon la décomposition choisie pour le quadrillage. Par exemple, si le quadrillage est découpé en carrés de 10 x 10 carreaux, on obtient
42x59 = (20 x 100) + (9 x 40) + (2 x 50) + 18
ou
42x59 = 20 c + (9 x 4 d) + (2 x 5 d) + 18

Il est très important que les élèves comprennent le rapport entre une situation donnée et le travail mathématique sur les écritures associé à cette situation. Pour mettre en évidence la nécessité de l'écrit, l'enseignant propose de nombreuses situations consistant à prévoir le nombre d'éléments d'une collection matérielle présente, mais dont l'accès n'est pas permis d'emblée : l'écrit rend compte de ces prévisions et le dénombrement effectif est utile pour les valider.

Par exemple
* Dans une boite opaque, l'enseignant place 43 objets puis en retire 15, il faut prévoir combien il en reste. L'écriture 43 – 15 désigne le nombre de ces objets restants. Différentes procédures sont possibles, dépendant des nombres en jeu et

des connaissances des élèves au moment où le problème leur est posé. Une fois les prévisions recueillies, le dénombrement de la collection d'objets restants permet d'engager les élèves dans un questionnement sur leur démarche, sur les prévisions qu'on aurait pu rejeter très vite et sur le raisonnement qui permet de contrôler son résultat (fin de **CP, CE1**).

* En **CE1**, un matériel constitué d'unités de numération (carrés-unités, bandes-dizaines et plaques-centaines), permet de constituer des collections de carrés unités dont certains groupements sont déjà réalisés. Après un premier temps où les élèves peuvent manipuler ces collections et les décrire avec les termes adéquats, l'activité suivante (sous forme de jeu) amène les élèves à écrire une suite additive de nombres comme : 30 + 5 + 100 + 2 + 10 + 300 ou une décomposition en unités de numérations comme 3d+ 5u+ 1c+ 2u+1d+ 3c, puis à calculer cette somme pour en donner l'écriture usuelle. L'objectif est d'expliciter l'intérêt du regroupement des unités de même ordre pour effectuer le calcul.
Au début du jeu, l'enseignant pose une boite vide devant les élèves, le matériel est sur la table. Il prend des objets dans son matériel de numération, et les met successivement dans la boite, en annonçant oralement ce qu'il met, par exemple : « Je mets dans la boite 3 dizaines de carrés, puis cinq carrés, puis une centaine de carrés, puis 2 carrés, puis une dizaine de carrés puis 3 centaines de carrés ». Les enfants notent au fur et à mesure ces informations sous la forme qu'ils choisissent.
Ils doivent ensuite trouver le nombre représenté dans la boite et l'écrire sur leur feuille, après avoir fait des calculs ou des transformations si nécessaire. Au moment de la correction, un élève vient vérifier dans la boite.
Selon le choix des nombres d'objets de chaque type mis dans la boite, des propriétés différentes sont travaillées.

Il y a
- **des jeux faciles**, « sans retenues » : « 3 unités, 4 dizaines, 5 unités, 1 centaine, 1 dizaine », deux procédures possibles :
    - soit directement le calcul sur les nombres : 3 + 40 + 5 + 100 + 10 = 100 + 50 + 8 = 158
    - soit le regroupement des unités de même ordre : 8 u + 5 d + 1c = 158
- des jeux dans lesquels il manque des unités d'un certain ordre de manière à rencontrer des nombres sommes avec un 0 au rang des dizaines ou des unités : « 3 unités, 2 centaines, 4 unités, 1 centaine ». Toujours deux procédures : 3 +200 + 4 + 100 = 300 + 7 = 307 ou
3 u + 2 c + 4 u + 1 c = 7 u + 3 c = 307

- **des jeux plus complexes,** « avec des retenues » : « 1 centaine, 9 unités, 3 dizaines, 4 unités, 4 dizaines, 3 unités, 1 dizaine ».
Ce qui donne
    - soit 100 + 9 + 30 + 4 + 40 + 3 + 10 = 100 + 80 + 16 = 196,
    - soit 1 c + 16 u + 8d = 1c + 1 d + 6 u + 8 d = 1 c + 9 d + 6 u = 196

Les élèves peuvent avoir des difficultés s'ils font les calculs dans l'ordre, ils doivent découvrir par eux-mêmes que, s'ils choisissent de grouper centaines, dizaines et unités, les calculs sont plus simples, qu'ils portent sur les unités de numérations ou sur les écritures en chiffres de nombres qui se terminent par des zéros.
Ce jeu peut être utilisé régulièrement dans la classe en faisant varier les nombres donnés.

Les élèves construisent des collections à partir de telles écritures.
La construction de collections à partir d'écritures diverses permet de vérifier la compréhension de la signification des écritures introduites :
- fabriquer une collection, par exemple de 5 + 2 + 3 cubes, de 35 carreaux, de 4u+5d de fèves au **CP**,
- fabriquer une collection, par exemple de 8 x 3 allumettes, de 127 carrés unités avec le matériel de numération en **CE1**,
- fabriquer une collection, par exemple de 1435 carreaux, de (7x6) + 5 jetons en **CE2**, etc.

Elle permet aussi d'engager le travail sur l'équivalence ou non entre 2 désignations du même nombre, dans des situations signifiantes pour les élèves, comme celles décrites dans l'hypertexte concernant l'égalité et l'introduction des signes de comparaison.

HYPERTEXTE NC 2

Unités de numération

Les unités de numération sont les mots et expressions unités, dizaines, centaines, milliers, dizaines de milliers… Ce sont des unités de nombre.

Souvent les élèves considèrent ces mots uniquement comme des positions dans l'écriture chiffrée d'un nombre. Ils ne leur attribuent alors qu'une signification restrictive, essentiellement dans l'expression « 3 est le chiffre des dizaines de 1234 ». Cette signification trop limitée s'oppose à une compréhension réelle de la numération.

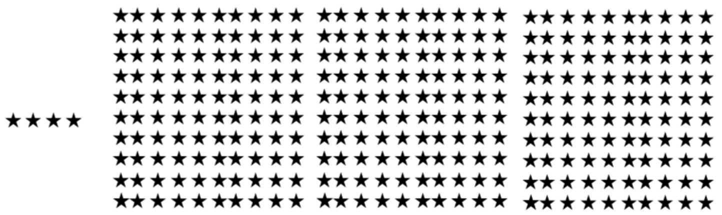
Une façon de saisir la signification de ces mots est la suivante.

Il existe une catégorie grammaticale : les *noms numéraux*. La plupart des noms numéraux sont tombés en désuétude (il en va ainsi, par exemple, de *sixaine*, que Littré définissait comme désignant une « collection de six choses »). Toutefois, les mots dizaine, douzaine, quinzaine, vingtaine, cinquantaine, centaine et quelques autres sont encore utilisés dans la vie courante. Ces mots ont deux sens : la signification exacte du nombre, « une douzaine de pommes » pour indiquer douze pommes, et un sens approximatif, « environ douze pommes ».

Il semble qu'une façon simple d'enseigner ces mots est d'abord de les utiliser avec les élèves. Ainsi, on peut dire à un élève qu'il a une dizaine de stylos, c'est-à-dire dix stylos. Dès qu'il sait dénombrer, on peut lui demander de « préparer une dizaine de feutres, c'est-à-dire dix feutres », « une douzaine de feuilles, c'est-à-dire douze feuilles », puis rapidement « une quinzaine de craies », etc. Les élèves doivent associer les adjectifs cardinaux et les noms numéraux courants correspondants.

Pour comprendre la numération décimale, il est ensuite nécessaire de constituer ces noms numéraux en *unités de compte* (c'est-à-dire en unités de nombre). En effet, ce n'est pas parce qu'on sait « préparer une dizaine de feutres » qu'on comprend « deux dizaines de feutres ». Pour ce faire, la dizaine doit devenir une unité de compte : une dizaine de feutres et une dizaine de feutres sont deux dizaines de feutres. Deux dizaines de feutres et une dizaine de feutres sont trois dizaines de feutres, etc. On compte les dizaines comme on a compté les unités simples. Tous les noms numéraux n'ont pas vocation à devenir des unités de compte : la vingtaine n'est pas utilisée comme unité, on ne compte pas 3 vingtaines de pommes. En revanche, la dizaine, la douzaine, la centaine ont cette vocation. La douzaine pourra être rencontrée comme unité dans certains problèmes du champ multiplicatif.

L'exercice encadré ci-après propose une tâche de dénombrement, dans une unité qui n'est pas l'étoile (l'unité simple) mais la dizaine d'étoiles. Il permet d'évaluer la compréhension de la dizaine comme unité. Il peut être utilisé dès le **CE1**, voire à la fin du **CP**.



Combien y a-t-il de dizaines d'étoiles ?

Les unités de numération sont de dix en dix fois plus grandes : dix unités d'un certain ordre forment une unité de l'ordre immédiatement supérieur.

L'enjeu de l'enseignement de la numération décimale positionnelle est donc que les élèves comprennent ce principe et apprennent que l'écriture chiffrée est la juxtaposition, de droite à gauche, du nombre (inférieur à dix) d'unités de chaque ordre, ordonnée selon la taille croissante des unités, les rangs des unités non représentées étant occupés par le signe 0 (zéro).

Un nombre peut s'exprimer de plusieurs façons en unités de numération. Réciproquement, l'écriture chiffrée donne immédiatement une écriture réduite en unités.

Par exemple, 6 d 4 u 3 c, c'est aussi 3 c 6 d 4 u qui s'écrit en chiffres 364. De même, 5 u 4 c, c'est aussi 4 c 5 u qui s'écrit en chiffres 405. Réciproquement, 607 c'est 6 c 7 u.

Si un nombre contient plus de dix unités d'un certain ordre, ce nombre d'unités peut toujours être réduit en effectuant des conversions entre unités liées à leurs relations.

Exemple pour le nombre 14 d 2 c : 14 d = 10 d + 4 d ; comme 10 d = 1 c, alors 14 d= 1 c + 4 d et 14 d 2 c = 1 c + 4 d + 2 c = 3 c + 4 d.

Pour passer d'une décomposition en unités de numération d'un nombre à son écriture chiffrée, deux procédés peuvent être utilisés. Prenons l'exemple de 14 d 2 c :

– trouver l'écriture réduite en unités de numération. Pour 14 d 2 c, cette écriture réduite est 3 c 4 d. Pour exprimer l'absence d'unités simples, le chiffre des unités est 0 et le nombre s'écrit 340 ;

– convertir les différentes unités en unités simples. Comme 1 d= 10 u alors 14 d = 140 u puisque 14 d, c'est 14 fois plus que 1 d. On a 1 c = 100 u, donc 2 c = 200 u et 14 d 2 c = 140 u + 200 u = 340 u. Le nombre 14 d 2 c s'écrit donc en chiffres 340.

Dès le CE1, les élèves doivent apprendre à établir dans les deux sens, en se référant d'abord à du matériel, des relations telles que : 30 dizaines = 3 centaines et 3 centaines = 30 dizaines 14 dizaines = 1 centaine 4 dizaines ou 1 c 4 d=14 d (pour les nombres inférieurs à 20 dizaines).

Les élèves **dès le cycle 2** comprennent ainsi progressivement que dix unités d'un certain ordre représentent une unité de l'ordre immédiatement supérieur, principe qui sera généralisé **au cycle 3** pour les grands nombres et les écritures décimales des nombres décimaux.

Principe de récursivité :

Les principes et propriétés se travaillent et s'étendent progressivement :
– sur les nombres à 2 chiffres dès le CP ;
– sur les nombres à 3 chiffres dès le CE1 ;
– au CE2, pour les nombres à 4 chiffres on s'appuie sur ce qu'on sait déjà sur les nombres à 3 chiffres.
À chaque introduction d'une nouvelle unité de numération (centaine, millier), les nouvelles relations avec les unités déjà connues viennent enrichir les relations déjà connues. Au CM, l'étude des grands nombres utilise et consolide ce qui a été acquis au cours des années antérieures.

HYPERTEXTE NC 3

L'égalité comme expression de l'équivalence entre deux désignations du même nombre.

En mathématiques, le signe "=" placé entre 2 expressions numériques différentes indique que ces 2 expressions désignent un même nombre :

8 = 3 + 5 et 3 + 5 = 8 sont deux égalités aussi vraies l'une que l'autre tout comme

36 = 10+10+10+6 et 20+10 +6 = 36

Au CP, l'addition peut être introduite comme le moyen de désigner le nombre d'objets d'une collection dont on ne connaît pas encore l'écriture usuelle, en la décomposant en 2 (ou plusieurs) parties.

Par exemple, décomposer une collection en deux parties, l'une de 7 objets, l'autre de 8, conduit à écrire 7 + 8 pour désigner 15.

De la même façon, le nombre d'objets contenu dans une boite où on a placé d'abord 3 objets puis 4 objets peut s'écrire 4 + 3.

Au CE1, la multiplication peut être introduite comme le moyen d'exprimer le nombre de cases d'un quadrillage (rectangulaire) à partir de ses nombres de lignes et de colonnes (par exemple 6x7), ou le nombre d'éléments de cette collection structurée en paquets de même cardinal (par exemple 7+7+7+7+7+7) conduisant à l'équivalence des écritures 6x7 et 7+7+7+7+7+7 et à l'égalité 6 x 7 = 7+7+7+7+7+7.

Effectuer un calcul a le plus souvent comme but de trouver l'écriture usuelle du résultat qui pourra être énoncé oralement.

La prégnance de ce but conduit les élèves, et de manière plus générale la société, à traduire le signe "=" par "ça fait", donc à faire disparaître la symétrie entre les deux côtés de l'égalité.

Or la compréhension des techniques de calcul posé et des stratégies de calcul réfléchi à l'école primaire, celle des premières notions algébriques au collège, suppose que les élèves sachent utiliser les égalités dans les deux sens, dès le CP.

Voici quelques exemples pour le cycle 2 :

* pour calculer 8+7, en CP, avant d'avoir mémorisé le résultat, les élèves vont être entraînés à décomposer le deuxième terme 7= 2+5, de manière à faire apparaître le complément de 8 à 10.

Le calcul s'écrit alors :

8 + 7 = 8 + 2 + 5 = 10 + 5 = 15

* c'est parce que 9 = 10-1 que « ajouter 9 » peut être remplacé par « ajouter 10 et enlever 1 au résultat obtenu »

* plus tard, pour calculer la somme 25 + 37, les élèves vont mettre en œuvre diverses procédures qui toutes s'appuient sur des décompositions :

- des deux termes : par exemple 25 = 20 + 5 ou 25 = 10+10+5 et 37=30+7 ou 37 = 10+10+10+7

25+37 = 50 + 12 = 50 + 10 + 2 = 62

- ou d'un seul (procédure dite par « sauts ») : par exemple 37 = 30 + 7

25 + 37 = 25 + 30 + 7 = 55 + 7 = 55 + 5 + 2 = 60 + 2, procédure que l'on peut représenter schématiquement par un schéma fléché

+ 30 +5 + 2

25 55 60 62

- ou encore, en explicitant les décompositions en unités de numération : par exemple 25 = 2d + 5u et 37 = 3d + 7 u

* Pour calculer 35 – 7, la décomposition de 7 en 5 + 2 permet d'écrire

35 – 7 = 35 – 5 – 2 = 30 – 2 = 28

* La technique en ligne ou posée de la multiplication 342 x 5 suppose la décomposition de 342 en 300+40+2, le calcul des 3 produits 300 x 5, 40 x 5 et 3 x 5 et enfin leur somme.

Comme on le voit sur ces exemples, les procédures de calcul, qu'il s'agisse de procédures conduisant aux calculs posés ou de procédures de calcul réfléchi, s'appuient toutes sur les décompositions des nombres.

L'introduction de l'équivalence ou non entre 2 désignations du même nombre, est délicate en CP. Elle peut s'appuyer sur des situations signifiantes pour les élèves, comme la suivante :

* L'enseignant désigne 2 élèves qui doivent constituer chacun un train de cubes donné par une suite additive affichée au tableau : par exemple 8 + 5 + 4 pour l'un, 8 + 3 + 2 + 4 pour l'autre. Pendant ce temps, les autres élèves doivent prévoir qui aura fait le train le plus long. Une première erreur fréquente est de répondre que c'est le deuxième car il y a plus de « morceaux » de train. En représentant la collection par des dessins, les élèves peuvent prendre conscience que les deux trains ont 8 wagons au début, 4 à la fin et qu'il suffit de comparer 3 + 2 et 5. Le recours à l'égalité entre ces deux désignations, déjà rencontrée ou découverte sur le moment, permet de répondre que les trains sont de la même longueur et d'écrire : 8 + 5 + 4 = 8 + 3 + 2 + 4. D'autres prévisions sont proposées aux élèves, conduisant à l'écriture d'inégalités (avec le signe ≠, ou les signes précisant la comparaison : 7 + 5 + 4 < 8 + 3 + 2 + 4). Peu à peu, le recours à la vérification avec les collections de cubes n'est plus nécessaire, les élèves deviennent capables de travailler directement sur les écritures.

* Des situations de comparaison de ce genre peuvent porter sur des nombres donnés sous différentes formes et font fonctionner des équivalences élémentaires comme les égalités correspondant aux faits numériques des tables ou les relations entre unités de numération ou unités de mesure des grandeurs. Par exemple, au CE1, avec le matériel de numération décrit dans l'hypertexte « dénombrements », la comparaison de 2u + 6d + 5u + 8d + 1c et de 2c + 5d nécessite la conversion de 14 d en 1c + 4d ou la décomposition de 2c en 1c + 1c puis celle de 1c en 10 d. C'est en faisant jouer fréquemment ces égalités que les élèves se les approprient progressivement.

HYPERTEXTE NC 4

Mettre en œuvre des procédures de calcul réfléchi

La terminologie « calcul réfléchi », présente depuis plusieurs années dans les programmes, recouvre les procédures de calcul caractérisées par le fait qu'elles sont adaptées aux nombres en jeu, à leurs propriétés ainsi qu'aux connaissances des élèves.
Il s'oppose en cela au calcul « posé » qui lui, pour être efficace, rapide et fiable, utilise des « algorithmes » de calcul, identiques quels que soient les nombres en jeu.
Le calcul réfléchi a une place centrale lors des premières rencontres des élèves avec une nouvelle opération car la construction du sens des opérations s'appuie de manière dialectique sur les procédures de calcul. Et c'est par l'évolution de certaines procédures de calcul réfléchi que les algorithmes de calcul posé vont progressivement être mis en place.
Il conserve une place de choix tout au long de la scolarité pour travailler implicitement les nombreuses propriétés des opérations, pour enrichir les modes de représentations symboliques des opérations, pour rendre les nombres familiers aux élèves, pour trouver mentalement certains résultats ou du moins leur ordre de grandeur, notamment pour contrôler un résultat obtenu à la calculatrice.

Quelques exemples
Les expressions numériques utilisées ci-dessous décrivent les différentes étapes des calculs que les élèves peuvent réaliser et expliciter à l'oral puis progressivement à l'écrit sous la direction de l'enseignant.

* **En CP**, avant la mémorisation des tables d'addition et pour permettre cette mémorisation : plusieurs procédures pour calculer 8 + 5

1. Chercher le complément à 10 de 8, puis décomposer 5 en 2 + 3
8 + 5 = 8 + 2 + 3 = 10 + 3 = 13
Type de formulation d'élèves : « pour trouver, j'ai ajouté 2 puis 3 »

2. Reconnaître en 8 la somme 5 + 3, puis permuter deux termes
8 + 5 = 5 + 3 + 5 = 5 + 5 + 3 = 10 + 3 = 13

* Toujours **en CP**, plusieurs procédures pour le calcul de 18 + 5

1. Décomposer 18 en 10 + 8 et utiliser le résultat mémorisé 8+5 = 13
On a donc 18 + 5 = 10 + 8 + 5 = 10 + 13 = 23

2. Décomposer 5 en 2 + 3 pour passer par la dizaine juste supérieure à 18
On a donc 18 + 5 = 18 + 2 + 3 = 20 + 3 = 23

* **En CE1**, plusieurs procédures pour le calcul de 43 – 17

1. Décomposer 17 en 10 + 7 puis 7 en 3 + 4
On a donc 43 – 17 = 43 - 10 - 7 = 33 – 7 = 33 – 3 – 4 = 30 – 4 =26
Type de formulation d'élèves : « pour trouver, j'ai d'abord enlevé 10, ça fait 33, puis j'ai enlevé 7, d'abord en enlevant 3, ça fait 30, puis 4, ça fait 26 » que l'on peut représenter par le schéma :

$$43 \xrightarrow{-10} 33 \xrightarrow{-3} 30 \xrightarrow{-4} 26$$

2. Utiliser la propriété de la différence de deux nombres inchangée si on ajoute le même terme aux deux nombres. On a donc 43 – 17 = 46 – 20 = 26 que l'on peut représenter par le schéma :

$$\begin{array}{cccccc} & 43 & - & 17 & \\ +3 & \downarrow & & \downarrow & +3 \\ & 46 & - & 20 & \end{array}$$

3. Utiliser une compensation 17, c'est 20 - 3, donc enlever 17, c'est enlever 20 et ajouter 3
43 – 17 = 43 – 20 + 3 = 23 + 3 = 26
4. Utiliser les décompositions en unités de numération 43 = 4d + 3u et 17 = 1d + 7u

43 – 17 = 4d + 3u – 1d – 7 u = 3d+ 3u – 7u = 2d + 13u – 7 u = 2d + 6u= 26

* Toujours **en CE1**, plusieurs procédures pour le calcul de 17 x 4

1. Décomposer 17 en 10 + 7, calculer 10 x 4 et 7 x 4 puis additionner les résultats
17 x 4 = (10 x 4) + (7 x 4) = 40 + 28 = 68

2. Décomposer 17 en 20 – 3, calculer 20 x 4 et 3 x 4 puis soustraire
17 x 4 = (20 x 4) – (3 x 4) = 80 – 12 = 80 – 10 – 2 = 70 – 2 = 68

3. Utiliser le résultat 4 = 2 x 2 et doubler 17 deux fois de suite
17 x 4 = (17 x 2) x 2 = 34 x 2 = 68

4. Utiliser le résultat 16 x 4 = 64
17 x 4 = (16 x 4) + (1 x 4) = 64 + 4 = 68

Si on a à calculer 17 x 5, la troisième méthode est en défaut mais, en revanche, comme 5 est la moitié de 10, on peut calculer 17 x 10 et diviser le résultat par 2
17 x 5 = (17 x 10) : 2 = 170 : 2 = (160 : 2) + (10 : 2) = 80 + 5= 85

Le calcul réfléchi peut souvent se faire mentalement car les nombres sont envisagés dans leur globalité et non pas chiffre à chiffre en traitant les unités de chaque ordre séparément. Il se fait aussi par écrit pendant toute la phase de construction du sens des opérations, puis plus tard, à la fois mentalement et par écrit lorsque le calcul est complexe : les élèves peuvent avoir en effet besoin de noter des résultats intermédiaires ou de conserver la mémoire de certaines décompositions, en unités de numération notamment.
C'est par la pratique régulière que les élèves vont progressivement développer des compétences de calcul réfléchi en mobilisant les connaissances qu'ils construisent sur les nombres. De nombreux jeux sur les nombres vont contribuer à varier les approches tels les jeux du furet sur les suites de nombres de n en n, les jeux de portait, le jeu « le compte est bon » pour évoquer ici les plus connus.

La résolution mentale de problèmes arithmétiques élémentaires contribue également à une meilleure maîtrise du calcul. Ainsi poser chaque matin un petit problème aux élèves en leur demandant de le résoudre dans leur tête est un rituel à la fois efficace et motivant.
Quelques exemples de problèmes au CP

« Lia avait 6 billes avant la récréation, au cours de la récréation, elle joue et gagne 3 billes. Combien de billes a-t-elle après la récréation ? »

« Le cheval de Tom est sur la case 7, il recule de 2 cases, sur quelle case arrive-t-il ? »
Quelques exemples au CE1 :

« Maëlle achète un gâteau à 3€. En sortant du magasin, elle compte ses sous et constate qu'elle a encore 5€. Combien d'euros avait-elle en entrant ? »

« Eloi joue avec toutes ses petites voitures : il fait 4 rangées, dans chaque rangée, il met 8 voitures. Combien de voitures Eloi a-t-il ? »

HYPERTEXTE GM 1

Espèce de grandeur

Les notions de *grandeur* et d'*espèce* de grandeur sont distinctes.
Le temps, *la* longueur, *la* masse sont des *espèces* de grandeur.
Une durée (de 10 min), *une* longueur (de 3 m), *une* masse (de 32 kg) sont respectivement des grandeurs des espèces temps, longueur et masse. La longueur 32 m et la masse 47 kg sont deux grandeurs *d'espèces différentes*.
En revanche, les longueurs 204 m et 17 m sont deux grandeurs *de même espèce* ; comme $204 = 17 \times 12$, on peut écrire dans ce cas : $204\ \text{m} = 17\ \text{m} \times 12$.

La construction de la notion de *grandeur* va de pair avec celle d'*espèce* de grandeur : 2437 g, 2 kg 437 g, 2,437 kg sont *une seule et même grandeur* (exprimée dans des unités différentes) ; 2437 g et 2,543 kg sont des grandeurs *de même espèce* mais ne sont pas *la même grandeur* ; 2437 g et 2437 dm sont des grandeurs différentes parce qu'elles ne sont pas *de même espèce*.

Il importe de souligner que, à un *même objet matériel* sont attachées *plusieurs* grandeurs *d'espèces différentes*. Une boîte de chocolats a ainsi un certain *prix*, pèse un certain *poids*, occupe un certain *volume*, contient un certain *nombre* de chocolats, représente un certain *nombre de calories*, etc.
Au cycle 2 et au-delà, on proposera des activités dans lesquelles on ne réduit pas a priori un objet matériel (une tige par exemple) à une seule espèce de grandeur (la longueur en ce cas). On s'efforcera, par exemple en comparant deux objets selon différents points de vue, d'identifier les grandeurs d'espèces différentes attachées à ces objets.

L'expression *espèce de grandeur* est classique en français (la construction *espèce de…* date du XVIe siècle), même si, pour faire court, on tend parfois à employer *grandeur* en lieu et place d'*espèce de grandeur*. Le mot *espèce* est ordinairement du féminin. Ainsi dira-t-on : « Cette espèce d'arbre est très commune dans la région. » Toutefois le masculin peut être préféré lorsque l'expression *espèce de…* est utilisée pour fabriquer des appellatifs péjoratifs ou injurieux. Ainsi un personnage de roman policier pourra-t-il s'écrier « Cet espèce de salaud est enfin mort » (et non « Cette espèce de salaud est enfin morte »). Mais on dira « Cette espèce de monstre est depuis longtemps éteinte. » Il importe de ne pas mélanger ces deux emplois d'*espèce*. On se gardera donc de rapprocher, par contresens linguistique, l'exclamation « Espèce d'imbécile ! », par exemple, de l'expression « espèce de grandeur ».

HYPERTEXTE EG 1

Point de vue et orientation

L'orientation de l'espace est une question délicate, puisque la différence entre notre gant droit et notre gant gauche est une question d'orientation (on parcourt les doigts du pouce vers l'auriculaire dans un sens différent pour les deux mains, ce qui fait qu'on ne peut échanger deux gants. Mais si un gant de main droite peut se retourner, comme les gants en latex, alors il devient gant de main gauche !

Aussi, les élèves n'aborderont que la question de l'orientation dans un plan, bien plus simple. Cependant, il faut remarquer que si la règle « on roule à droite » permet de ne pas se rencontrer quand on « roule à droite en sens inverse », c'est que chacun roule à *sa* droite, et donc laisse à l'autre la gauche de la route, qui est bien la droite de l'autre !

Sur une ligne, c'est encore plus simple puisqu'il n'y a que deux sens de parcours à partir d'un point. Le problème de l'orientation d'un parcours se vit couramment dans le métro, lorsqu'il faut choisir le quai du train qui va dans la direction recherchée. Si la ville est inconnue et si l'on ne sait pas lire, la question est insoluble !

Dans le plan, les questions de l'orientation se rencontrent d'abord lorsqu'il s'agit de « lire un plan » et que ce plan « est tenu à l'envers » ou que son lecteur « tourne le dos à la direction ».

On peut tenir un plan dans toute position pour situer un lieu que l'on cherche, mais il vaut bien mieux le tenir dans la même orientation que l'espace réel : le tableau noir en bas si l'on est au tableau, le tableau noir en haut si l'on est au fond de la classe, les fenêtres en haut si l'on est dos au mur d'en face, etc. Un plan a donc une orientation.

C'est bien plus difficile si l'on est dans un espace dont l'orientation ne se voit pas, comme c'est le cas dans une ville inconnue, en forêt ou en mer. Il faut alors un moyen de donner une orientation universelle, c'est la fonction du nord depuis que l'on sait, de nuit, repérer l'étoile polaire et que, de jour, on dispose d'une boussole. On peut encore, si l'on voit le soleil, utiliser un cadran de montre. Mais alors le problème sera de lire le plan lorsque l'on cherche à aller vers le sud ou l'ouest, c'est-à-dire qu'il faudra traduire les informations lues pour les rendre efficaces dans l'action. Le problème de la lecture d'un plan ou d'une carte en voiture est encore plus complexe, car le véhicule change d'orientation rapidement tandis que le plan ou la carte demeurent orientés relativement au lecteur. Enfin, les cartes GPS qui suivent l'orientation du mouvement posent des problèmes redoutables qui ont nécessité pour être comprises une présentation de type « réalité virtuelle » avec une vision « au niveau du sol » en perspective. **Tous ces cas, qui relèvent de l'orientation dans un espace de grande dimension, sont hors de portée des élèves du cycle 2.**

Cependant, au cycle 2, la question peut se poser au cours des activités ordinaires de la classe. Par exemple, si on a plusieurs objets disposés sur une table et que les enfants sont autour de la table, ils ne voient pas la même disposition des objets : si certains élèves voient un cube à droite d'une pyramide, ceux qui sont en face verront le cube à gauche de la pyramide ; des objets seront visibles pour certains élèves et pas pour d'autres. Les points de vue ne sont pas les mêmes.

HYPERTEXTE EG 2

Repérage

Cette opération est considérée comme relevant de la géographie (repérage sur la Terre, par la latitude et la longitude par exemple) ou d'une géographie proche (repérage d'un lieu sur un plan par exemple). Pour les élèves du Cycle 2 il s'agit bien sûr du repérage dans un espace à leur mesure, d'abord la salle de classe puis l'école et enfin le quartier, la ville, le village et ses environs, selon leur extension. Pour repérer sa position dans un espace il est toujours nécessaire de définir non seulement un point de référence (« mon bureau est loin de celui du maître ») mais il faut que ce point soit commun et fixe (« mon bureau est près du cartable jaune » risque de ne plus valoir dans deux jours). Cela ne suffit pas si l'espace est large (mon bureau est loin de celui du maître) et il faut donc au moins une autre information (par exemple, « mon bureau est sous une fenêtre »).

L'un des enjeux des premières explorations de ces problèmes est la découverte de la difficulté du problème. A ce stade, il est alors possible d'engager les élèves dans une enquête sur les manières de faire dans la vie quotidienne et familiale, et des conflits que les imprécisions peuvent créer (« va chercher le sel il est à sa place », ou « sur l'étagère de la cuisine », ou « à côté de la gazinière », etc.)

Ce n'est que dans un second temps que l'on peut chercher des manières de repérer un objet qui permettent une localisation certaine, et d'apprendre les conditions de leur efficacité. Par exemple, savoir qu'il faut plus d'informations lorsque l'espace est vide d'objets pouvant servir de points de repère, et savoir que justement, un plan doit permettre de se repérer ou de repérer un certain nombre de lieux. Faire un plan de la classe, qui est une représentation telle qu'un autre élève ou un élève d'une autre classe puisse le lire peut donc être considéré comme le premier exercice mobilisant en situation la compétence de « repérage ».

Faire un plan de la classe permettant de dire à quelqu'un qui entre où se trouve la place de tel élève (Untel, choisi pour sa position extrême, dans un premier temps ; et soi-même par exemple, dans un second temps) demande un plan, mais aussi un moyen de mettre en correspondance la liste des élèves et leurs places sur le plan, un codage par numérotation des bureaux et de la liste des élèves par exemple. Faire un plan de l'école permettant de trouver une classe donnée, le CP par exemple, peut s'avérer difficile s'il y a plusieurs niveaux, comme c'est souvent le cas, puisqu'il faut donner sur un plan la position de l'escalier puis donner le plan de l'étage. Faire un plan du quartier permettant de se rendre chez soi depuis l'épicerie de proximité peut s'avérer plus facile ! Mais tous ceux qui ont voyagé dans un pays dont ils ne parlent pas la langue savent combien rares sont les habitants d'une région capables de repérer sur une carte le lieu où ils se trouvent ! Enseigner les plans (leur production et leur usage) pour que les élèves disposent très tôt des premiers éléments de la compétence « se repérer dans l'espace » est donc essentiel…

HYPERTEXTE EG 3

Représentations géométriques

Le sens de ce terme est d'abord le sens commun : une maquette représente en petit un objet plus grand, et en principe un objet qu'on ne pourrait pas appréhender à sa dimension réelle. C'est donc d'abord une représentation *en réduction*. Dans la réduction, certains éléments disparaissent. Ainsi la plupart des maquettes de bateaux ne peuvent pas naviguer, et les maquettes d'avions ne peuvent pas voler, car elles sont bien trop lourdes pour leur taille. Le phénomène est connu et n'a pas lieu d'être étudié à l'école. Ce qui nous intéresse, c'est que dans les maquettes de bateaux et d'avions on conserve les formes. Mais on perd les fonctions ; heureusement, *dans le cas des représentations géométriques on ne s'intéresse qu'aux formes, et pas à la fonctionnalité des objets représentés*.

Pourquoi alors travailler sur des représentations ?

Parce que les relations de longueurs et d'angles sont conservées. Cette propriété, rappelons-le, permet aux élèves de « dessiner sur leur cahier la figure que le professeur dessine au tableau » alors que ce qu'ils dessinent est bien plus petit que ce qui se trouve sur le tableau. Leur représentation, si elle est conforme (toutes les longueurs sont proportionnellement réduites), a toutes les propriétés *géométriques* de l'original : les rapports entre longueurs et angles. C'est ce que montre bien le travail sur les reproductions de figures, qui sont d'abord dans l'exemple choisi les représentations des pièces d'un tangram. Dans ce cas, la figure de l'assemblage permet de comprendre la composition-décomposition d'une forme en figures élémentaires, qui peuvent toutes être des triangles : cela permet d'avoir une représentation de l'assemblage avec seulement une règle sur laquelle on peut marquer des longueurs (un papier plié).

Chaque type de représentation permet de résoudre certains problèmes et en pose d'autres, selon les relations qu'il permet de conserver et celles qu'il transforme : ce que nous avons vu avec les maquettes de bateaux et d'avions. Cela se voit particulièrement dans le cas des représentations d'un volume sur un plan, dont l'étude ne figure pas au programme mais que les élèves peuvent rencontrer dès le cycle 2 dans des représentations à main levée.

En revanche, on comprendra aisément que les représentations que l'on peut demander aux élèves de produire doivent avoir une fonction déclarée, et qu'il faudra toujours les utiliser dans cette fonction. Ainsi, une série de photos peut permettre de retrouver un trajet en donnant des points de repère visuels sans les décrire par écrit. Mais un plan peut permettre de situer les photos prises lors d'une sortie et de retrouver les points de vue des opérateurs. Et une maquette peut permettre de vérifier les interprétations proposées, en photographiant la maquette depuis les points de vue supposés à l'étude des photos. Comme dans le cas des plans et cartes, les jeux entre les points de vue (et la construction d'un point de vue commun permettant une interprétation partagée) sont l'enjeu de ces activités.

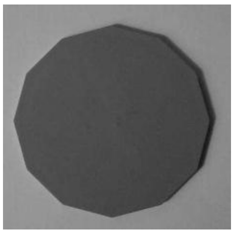
HYPERTEXTE EG 4

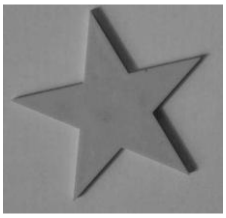
La reproduction de figures comme source de problèmes en géométrie

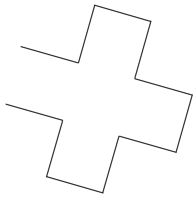
Reproduire une figure simple

Au début du **CP**, tracer le contour d'un gabarit est encore une difficulté pour de nombreux enfants. Il faut apprendre à interrompre le tracé et le reprendre en replaçant bien le gabarit pour changer l'appui de la main. C'est un peu plus facile avec un pochoir ; il faut néanmoins ralentir au niveau des sommets pour éviter l'arrondi.

Ces tracés permettent d'éprouver les notions de côté et de sommet qui sont difficilement perçues à ce niveau dans le cas où l'angle au sommet est grand (exemple dodécagone) ou rentrant (exemple : étoile ou croix).







Au cours du **CP** et en **CE1**, les élèves peuvent résoudre le problème qui consiste à tracer une figure simple à partir d'un gabarit dont un coin est déchiré. On peut reconstituer le sommet manquant en prolongeant les côtés à la règle. Les élèves rencontrent ainsi la notion de droite : elle peut se prolonger autant qu'on veut et les deux droites qui portent les côtés se rencontrent au sommet ; on prépare donc aussi la notion de point comme intersection de deux droites qui sera davantage travaillée au cycle 3.

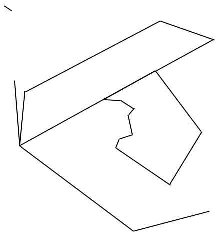


Figure 1 : deux règles

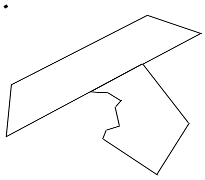


Figure 2 : une seule règle, on doit dépasser le sommet

Deux règles permettent de reconstituer un morceau de pochoir. Avec une seule règle, on doit déborder parce qu'on ne sait pas où arrêter le premier tracé. Si on veut obtenir le sommet sans déborder, il faut reporter la longueur du côté si on en dispose sur un modèle à la même taille ; si on peut marquer la longueur sur la règle, on peut s'arrêter au bon endroit.

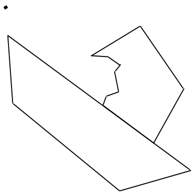


Figure 3 : déplacement de la règle

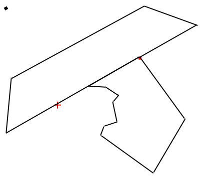
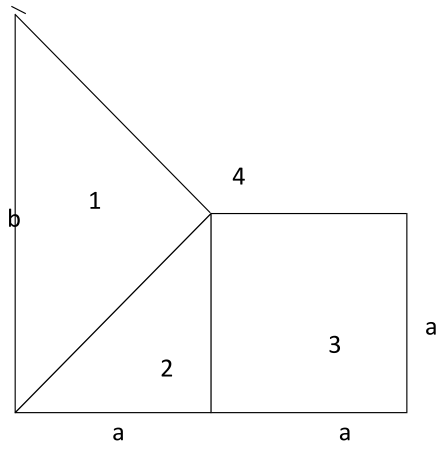


Figure 4 : avec report de longueur

Il est intéressant de proposer les deux types de situations aux élèves car elles ne travaillent pas exactement les mêmes notions géométriques : l'une travaille le tracé des formes en restituant leur contour, l'autre les objets géométriques droite et point.

Reproduire un assemblage

Prenons l'exemple d'une figure construite à partir de trois pièces du tangram (le carré, le triangle moyen, un petit triangle), en ajoutant le segment qui rend la figure convexe.



Au début de **CP**, on peut demander aux élèves de reproduire la figure comme un puzzle (avec les pièces) puis de dessiner l'assemblage sur papier en se servant des quatre pièces comme gabarits juxtaposés, le cadre extérieur étant donné ou non.

Il faut apprendre à se servir d'un côté déjà tracé pour appuyer le gabarit et respecter l'alignement des pièces 2 et 3 dans le cas où le cadre n'est pas donné.

On peut ensuite proposer aux élèves de reproduire la figure (modèle présent à la même taille) avec seulement 3 pièces. La vérification du résultat se fait à l'aide d'un transparent préparé à l'avance par le professeur. S'il manque une des pièces 1, 2, 4 : on peut terminer le triangle manquant en traçant le troisième côté. On travaille alors sur la figure.

S'il manque le carré (pièce 3), c'est beaucoup plus difficile : on peut reconstituer le carré comme surface en reportant deux fois le triangle 2, ou on peut reconstituer les côtés du carré en utilisant l'angle droit du gabarit 2 mais ce n'est pas du niveau du **CP**.

Au cours du **CP** ou au **CE1**, on peut aussi demander aux élèves de réaliser l'assemblage à partir du cadre (le polygone extérieur déjà tracé) et de deux gabarits seulement dont le carré ou le triangle 2 (ou même avec un seul gabarit : le carré ou le triangle 2). En effet, quand on dispose, en plus du cadre, du carré ou du triangle 2, il suffit pour compléter les autres figures de tracer des segments pour joindre le sommet intérieur du carré ou du triangle à des sommets du cadre extérieur. Si l'on ne dispose ni du gabarit 2 ni du gabarit 3, il est nécessaire de construire un angle droit ou un milieu pour tracer le segment qui manque entre le triangle 2 et le carré.

En fin de **CE1** ou en **CE2**, reproduire la figure avec le cadre et le gabarit 1 peut être l'occasion de travailler l'angle droit : le gabarit 1 peut servir d'équerre.

Si le pliage des gabarits est possible, les élèves peuvent aussi fabriquer le gabarit 2 en pliant le gabarit 1, ce qui reste compatible avec une vision de la figure comme assemblage de surfaces. Si le pliage n'est pas possible, il est nécessaire de s'intéresser aux lignes : la ligne peut s'obtenir aussi bien avec le bord de l'angle droit du gabarit 1 que du gabarit 2.

Au **CE2**, on peut reproduire l'assemblage complet sans le cadre, à l'aide de la règle et d'un seul gabarit (soit le 2, soit le 3) qui donne un angle droit et la longueur a du côté du carré.

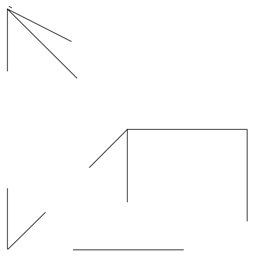
Au **CP** et au **CE1**, on peut aussi demander aux élèves de reconstituer la figure précédente à partir d'une figure partiellement effacée et d'un modèle disponible sur la table de l'élève.

Suivant qu'il manque ou non des sommets, qu'il manque ou non un segment entier, qu'il soit ou non nécessaire de respecter un ordre de tracé, la reproduction est plus ou moins facile (voir exemples ci-contre).

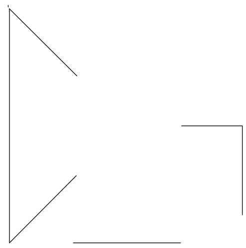
Si le modèle est à la même taille, les reports de longueur du modèle sur la figure à tracer sont possibles. S'il n'est pas à la même taille, seuls les reports internes sont possibles.

Ainsi, en **CP** et en **CE1** on gardera le modèle à la même taille mais, en fin de **CE2**, on peut demander aux élèves de reproduire toute la figure avec une règle et une équerre à partir d'un côté du carré déjà tracé (longueur marquée a sur le modèle) et en disposant d'un modèle de taille réduite.

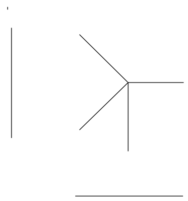
Si l'on demande la reproduction à partir du côté du grand triangle de longueur b (b= 2a), les élèves doivent trouver un milieu, par exemple par pliage d'une bande de papier.



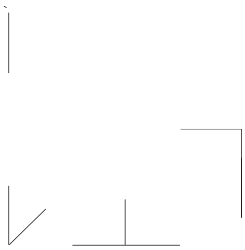
Exemple 1 : un seul sommet manquant, ordre indifférent



Exemple 2 : 2 sommets manquent, un côté du bord externe manque entièrement, le sommet intérieur peut être obtenu de plusieurs façons.



Exemple 3 : 4 sommets manquent, un côté du bord externe manque entièrement, des priorités à respecter : des sommets absents conditionnent des tracés de segments



Exemple 4 : 2 sommets absents, un segment intérieur manque entièrement en même temps qu'une de ses extrémités ; plusieurs priorités à respecter.

Le papier quadrillé permet de se dispenser de l'équerre pour des angles droits portés par les lignes du quadrillage ; il permet aussi de remplacer le report de longueur par le comptage de carreaux. On peut alors, dès le **CE1** reproduire la figure ci-dessous à partir de la donnée d'un côté du carré. *Le travail sur papier uni est cependant indispensable dès le **CP***: les lignes du quadrillage favorisent les horizontales et verticales et rendent moins facile le repérage et la vérification de certaines propriétés, par exemple des alignements qui ne sont pas dans des directions privilégiées. De plus, le report de longueur sur une droite à l'aide d'un étalon est une connaissance essentielle non seulement en géométrie mais aussi pour la construction du nombre. Il est important que les élèves aient suffisamment d'occasions de le pratiquer.

HYPERTEXTE EG 5

Figures planes et assemblages de figures planes

A l'école maternelle, les élèves ont commencé à dessiner des figures planes en faisant le contour d'un gabarit ou d'un pochoir et ont ainsi obtenu ce que nous appellerons des figures simples. Ils ont aussi réalisé des assemblages de figures simples en juxtaposant des gabarits bord à bord, ceux du tangram ou ceux d'autres collections de formes géométriques matérielles.

Au cycle 2, un assemblage comme celui de la figure 1 pourra être considéré comme *une figure* avec des lignes intérieures (une même ligne tracée peut servir de côté commun à deux sous-figures). Un des objectifs est de s'intéresser à la manière de construire les lignes à la règle.

Les gabarits peuvent ne pas être que des porteurs de contour de forme, ils permettent de contrôler les tracés et en particulier les alignements et à ce titre ils peuvent être utilisés tout au long **du cycle 2**. Par exemple, des gabarits qui permettent de réaliser la figure en superposition peuvent aider à voir les alignements. Progressivement les contrôles se feront à la règle.

Les notions de « sous-figure et de « sur figure » sont centrales dans les pratiques géométriques. Leur première exploration se fait au moment où les élèves découvrent que l'on peut faire un carré avec deux triangles rectangles isocèles puis qu'on peut le dessiner avec un seul gabarit de triangle rectangle isocèle mais permettre des chevauchements de pièces avec un tangram en papier assez fin (ce qui demande de ne pas suivre la règle du Tangram qui procède par juxtaposition), permet de faire apparaître des lignes nouvelles. On peut alors *dessiner une figure qu'on ne peut pas réaliser comme un puzzle*.

Par exemple, pour cette figure obtenue par juxtaposition de trois pièces du tangram (le carré et deux triangles rectangles : un petit et le moyen), on peut vérifier l'alignement d'un côté du triangle rectangle moyen avec un sommet du carré en *superposant* (figure 2) un des grands triangles rectangles du tangram ; on fait ainsi apparaître la diagonale du carré (qui sera étudiée au cycle 3 mais peut être utilisée au cycle 2 pour montrer l'alignement).

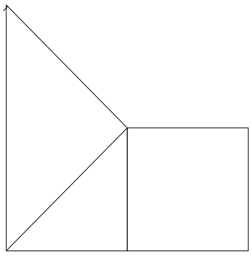


Figure 1

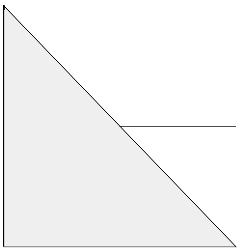


Figure 2

On peut retrouver la figure initiale en *superposant* le carré et le petit triangle sur le grand triangle (figure 3). Une partie du grand triangle est alors cachée pour laisser voir un triangle moyen.

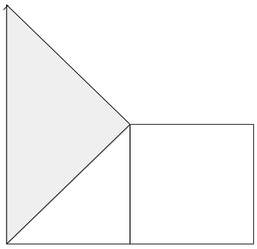


Figure 3

Le chevauchement du grand triangle et du carré montre qu'on pourrait dessiner la figure avec ces deux pièces du tangram : le côté manquant du petit triangle peut ensuite se tracer à la règle ou avec n'importe quel bord du grand triangle.